

บทที่ 6

กลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น

(Introduction to quantum mechanics)

6.1 บทนำ

กลศาสตร์ควอนตัม (Quantum Mechanics) เป็นหัวข้อที่สำคัญในฟิสิกส์ยุคใหม่ (Modern Physics) ที่ทำให้มนุษย์สามารถเข้าใจพฤติกรรมของอนุภาคขนาดเล็กในระดับอะตอมได้ เพราะในโลกจุลภาค (microscopic world) อะตอมหรืออนุภาคทั้งหลายจะไม่ประพฤติตัวตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันแจกเช่นวัตถุทั่วไปในโลกมหภาค (macroscopic world) ที่มนุษย์คุ้นเคยอยู่ในชีวิตประจำวัน แต่มีหลายพฤติกรรมที่ฟังดูว่าแปลกประหลาดมาก ไม่น่าจะเป็นจริงได้ตามประสบการณ์ทั่วไปของคนเรา เช่นอนุภาคตัวหนึ่งสามารถอยู่ “สองตำแหน่ง” ในเวลาเดียวกันได้ หรือ อนุภาคสามารถวิ่ง “ทะลุ” กำแพงกั้นได้ เป็นต้น ในบทเรียนนี้นักศึกษาจะได้ศึกษาถึงหลักการของกลศาสตร์ควอนตัม แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับฟิสิกส์อะตอมเพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นต่อไป มีการกล่าวถึงรายละเอียดของความเป็นคลื่นของอนุภาค ความพยายามที่จะอธิบายพฤติกรรมของอนุภาคเล็ก ๆ เช่นอิเล็กตรอนที่ประพฤติตัวเป็นคลื่น โดยอาศัย “ฟังก์ชันคลื่น” (wave function) และสมการที่อธิบายถึงสมบัติของฟังก์ชันคลื่นนี้ รวมถึงหลักความไม่แน่นอนที่เป็นหลักสำคัญในเรื่องควอนตัมอีกด้วย

6.2 ก่อนยุคกลศาสตร์ควอนตัม (Before quantum mechanics)

ในปี ค.ศ. 1900 เป็นจุดเริ่มต้นของกลศาสตร์ควอนตัม (Quantum mechanics) ซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากข้อเสนอของ พลังค์ นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน ซึ่งได้เสนอแนวคิดที่ว่า พลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปล่งออกจากผิวของวัตถุดำ จะอยู่ในลักษณะของกลุ่มหรือก้อนพลังงาน ซึ่งจะเรียกว่า อยู่ในลักษณะของควอนตัม ผู้ที่มีส่วนสำคัญในการแสดงแนวคิดของควอนตัมของพลังงานที่มีความถูกต้องและมีความทั่วไปตามธรรมชาติ ได้แก่ ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) เพราะจากบทความของเขาในเวลาใกล้เคียงกับของพลังค์ ได้แสดงไว้อย่างเด็ดขาดถึงความถูกต้องของแนวคิด

ของควอนตัมของค่าพลังงาน เพราะพลังค์ไม่ได้เสนอว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีลักษณะเป็นอนุภาค หากจะทำความเข้าใจความแตกต่างของข้อเสนอของพลังค์และไอน์สไตน์ ก็ต่อเมื่อพิจารณาการแผ่รังสีของวัตถุดำ และปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric effect) ปัจจุบันใครก็ตามที่ไม่มีความรู้ทางหลักการของกลศาสตร์ควอนตัมบ้างพอสมควร จะเท่ากับว่าผู้นั้นอยู่ในยุคมืดของความรู้ และปรัชญาความคิดอยู่ การจะเข้าใจกลศาสตร์ควอนตัมมีความจำเป็นต้องศึกษาเนื้อหาทางฟิสิกส์ สาขาต่างๆ โดยเฉพาะกลศาสตร์ยุคดั้งเดิม ที่มีการพัฒนาอย่างยาวนาน พร้อมทั้งมีการพัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาฟิสิกส์ ซึ่งทฤษฎีของลากรานจ์ (Lagrange's theorem) และหลักการของแฮมิลตัน (Hamilton's principle) นั้น สามารถนำมาแก้ปัญหาต่างๆ ทางด้านกลศาสตร์ได้สว่างาม และสะดวกกว่าทฤษฎีของนิวตันมาก ซึ่งถือได้ว่าเป็นจุดสุดยอดของการพัฒนาการของทฤษฎีของกลศาสตร์ยุคดั้งเดิมเลยทีเดียว

ในสาขาวิชาทางแสงและคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ก็ได้มีการเสนอชุดสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) ซึ่งก็ได้พัฒนาอย่างมากที่เป็นพื้นฐานของการพัฒนาการกลศาสตร์ควอนตัม เช่นเดียวกัน

ส่วนสาขาวิชาทางด้านความร้อนและพลศาสตร์ความร้อน (Thermodynamics) ซึ่งมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง และได้รับการพัฒนาต่อเป็นทฤษฎีของกลศาสตร์เชิงสถิติ (Statistical mechanics) โดยแมกซ์เวลล์ และ โบลต์ซมันน์ (Ludwig Eduard Boltzmann) รวมทั้งนักวิทยาศาสตร์อีกหลายคน จนสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ซึ่งประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมากได้ลึกซึ้งขึ้น และยังสามารถเข้าใจในแนวคิดของเอนโทรปี (Entropy) ได้มากขึ้น

ทางสาขาวิชาดาราศาสตร์ (Astronomy) ก็ได้รับการพัฒนาโดยอาศัยทฤษฎีกลศาสตร์ของนิวตันและลากรานจ์ จนกระทั่งสามารถจะเข้าใจหลักการสำคัญของระบบสุริยจักรวาล และระบบของดาราศาสตร์ได้มากขึ้น

6.3 การแผ่รังสีของวัตถุดำ (Black body radiation)

วัตถุทุกชนิดไม่ว่าจะเป็นของแข็งหรือของเหลว ถ้ามีอุณหภูมิสูงกว่าศูนย์องศาสัมบูรณ์จะแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาทุกความถี่ เช่น จากการสังเกตแท่งเหล็กที่ถูกเผาจนร้อนจัด พบว่าที่อุณหภูมิไม่สูงรังสีที่แผ่ออกมาส่วนใหญ่มีพลังงานอยู่ในช่วงความถี่ต่ำ เช่น รังสีได้แดง ซึ่งตาไม่สามารถมองเห็น แต่ถ้าอุณหภูมิสูงขึ้น ความถี่ที่พลังงานส่วนใหญ่แผ่ออกมาเพิ่มสูงขึ้น จนกระทั่งสามารถมองเห็นได้ด้วยตา ซึ่งทำให้เห็นแท่งเหล็กเป็นสีแดง และเปลี่ยนเป็นสีส้มเหลือง และในที่สุดเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นอีกจะเห็นแท่งเหล็กเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงิน สีม่วง ตามลำดับ รังสีของแสงที่แผ่ออกมาในช่วงที่ตามองเห็น เรียกรังสีช่วงนี้ว่าสเปกตรัม ต่อมาเมื่อแท่งเหล็กร้อนจัด ความถี่ที่

พลังงานส่วนใหญ่แผ่ออกมาสูงขึ้นอีก เป็นรังสีเหนือม่วงซึ่งตาไม่สามารถมองเห็นได้สเปกตรัมที่เกิดจากการเผาแท่งเหล็กให้ร้อนจัดนี้เป็นสเปกตรัมแบบต่อเนื่องจากวัตถุที่มีอุณหภูมิสูง (วัตถุที่ร้อน) นอกจากจะมีการแผ่รังสีแล้วยังมีการดูดกลืนรังสีจากสิ่งแวดล้อมด้วย โดยอัตราการรังสีที่แผ่ออกมาจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิและชนิดของพื้นผิว วัตถุต่างชนิดกันจะมีความสามารถในการแผ่และดูดกลืนรังสีต่างกัน วัตถุที่เป็นตัวแผ่และดูดกลืนรังสีได้อย่างสมบูรณ์และดีที่สุด เรียกว่า วัตถุดำ (Black Body) จะดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทุกความถี่ที่ตกกระทบโดยไม่สะท้อนออกมา

ในปี ค.ศ. 1859 เคอร์ชอฟฟ์ อาศัยความรู้เรื่อง อุณหพลศาสตร์ เขียนสมการแสดงกำลังของรังสีที่แผ่ออกมาจากวัตถุเมื่อเกิดสมดุลความร้อนด้วยการแผ่รังสี (Thermal equilibrium with radiation) ได้เป็น

$$e_f = J(f, T)A_f \quad (6-1)$$

เมื่อ e_f คือ กำลังของรังสีต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ต่อหนึ่งหน่วยความถี่ที่แผ่ออกมาจากวัตถุ
 A_f คือ สัดส่วนของกำลังแสงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ต่อหนึ่งหน่วยความถี่ที่ตกกระทบวัตถุแล้วถูกดูดกลืน
 $J(f, T)$ คือ universal function ซึ่งไม่แตกต่างกันไม่ว่าจะเป็นวัตถุชนิดใด โดยฟังก์ชันนี้จะขึ้นอยู่กับความถี่ของแสงที่แผ่ออกมาจากวัตถุและอุณหภูมิสัมบูรณ์ของวัตถุ

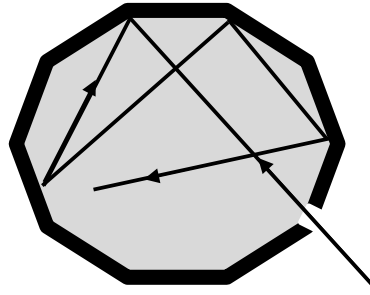
สำหรับวัตถุดำสามารถดูดกลืนรังสีทุกความยาวคลื่นที่ตกกระทบ โดยถ้าหากวัตถุดูดกลืนรังสีที่ตกกระทบไม่หมด จะพบว่ามีการสะท้อนออกมาให้เราเห็นได้ แต่เนื่องจากวัตถุไม่มีการสะท้อนของรังสีเลย จึงเห็นวัตถุเป็นสีดำ สมการกำลังของรังสีที่แผ่ออกมาที่เสนอโดยเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวัตถุดำเขียนได้เป็น

$$e_f = J(f, T) \quad (6-2)$$

โดยที่ $A_f = 1$ แสดงให้เห็นว่าวัตถุดูดกลืนพลังงานทั้งหมดที่ตกกระทบตัวมันได้ สำหรับทุก ๆ ค่าความถี่

สมการ (6-2) แสดงให้เห็นว่าการแผ่รังสีของวัตถุขึ้นอยู่กับความถี่ของแสงและอุณหภูมิของวัตถุ โดยไม่ขึ้นกับวัสดุ ขนาด และรูปร่างของวัตถุ และจะเห็นว่าการแผ่และการดูดกลืนรังสีของวัตถุใด ๆ สัมพันธ์กัน ซึ่งก็เป็นจริงสำหรับวัตถุดำด้วย ดังนั้นในบางครั้งวัตถุดำอาจถูกเรียกว่า ตัวแผ่รังสีในอุดมคติ (ideal black body radiation)

วัตถุดำสามารถสร้างขึ้นได้โดยการทำโพรงในเนื้อวัตถุหรือภาชนะ และมีช่องเปิดเล็ก ๆ ให้รังสีส่องเข้าไปได้ เมื่อรังสีเข้าไปจะเกิดการสะท้อนกลับไปมาภายในโพรงจนในที่สุดรังสีก็จะถูกดูดกลืนหมด ดังนั้น โพรงจึงทำหน้าที่เหมือนเป็นวัตถุดำ ในขณะที่ช่องเปิดทำหน้าที่เป็นผิวของวัตถุดำที่อุณหภูมิ T ใด ๆ



ภาพที่ 6.1 แสดงโพรงซึ่งเป็นเสมือนวัตถุดำ

ภายในโพรงจะมีคลื่นนิ่ง (standing waves) ของรังสีที่ถูกส่งออกมาโดยโมเลกุลของผนังโพรง ซึ่งความจริงแล้วมีทั้งส่งและดูดกลืนคลื่น และที่สมดุลความร้อนที่อุณหภูมิ $T(K)$ นี้ คลื่นที่ถูกผนังส่งออกมาจะเท่ากับที่ผนังดูดกลืนกลับ โดยจะมีคลื่นจำนวนเล็กน้อยที่รั่วออกจากช่องเปิด ในเวลาต่อมาเราได้พยายามทำความเข้าใจถึงการแผ่รังสีของวัตถุดำให้มากยิ่งขึ้น โดยการศึกษาและการทดลองของนักฟิสิกส์ชาวออสเตรียชื่อ โจเซฟ สเตฟาน ในปี ค.ศ. 1879 พบว่ากำลังทั้งหมดของรังสีที่แผ่ออกมาจากวัตถุดำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่สำหรับทุกๆ ความถี่ ของรังสีที่แผ่ออกมา แปรผันกับกำลังสี่ของอุณหภูมิสัมบูรณ์ของวัตถุ

กฎของสเตฟาน เขียนได้ดังนี้

$$e_{\text{total}} = \sigma T^4 \quad (6-3)$$

เมื่อ e_{total} คือ กำลังทั้งหมดของรังสีที่แผ่ออกมาจากวัตถุ ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

T คือ อุณหภูมิสัมบูรณ์ มีหน่วยเป็นเคลวิน (K)

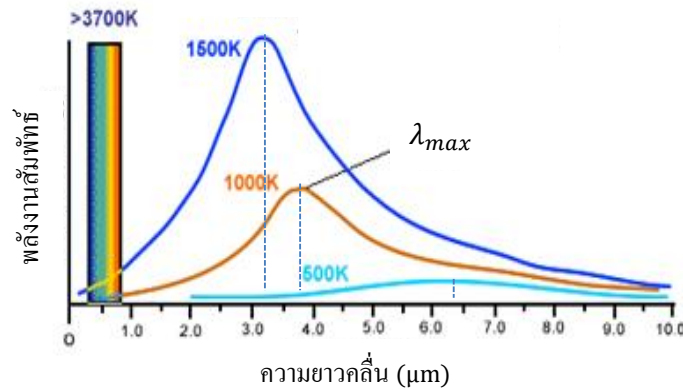
σ คือ ค่าคงตัวของสเตฟาน-โบลต์ซมันน์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$

สำหรับวัตถุใด ๆ ก็ตามที่ไม่ใช่วัตถุดำ กฎของสเตฟาน เขียนได้เป็น

$$e_{\text{total}} = a\sigma T^4 \quad (6-4)$$

เมื่อ a คือ สัมประสิทธิ์ที่มีค่าน้อยกว่า 1

เมื่อศึกษาการแผ่รังสีของวัตถุดำ จะพบว่าความเข้มของรังสีที่แผ่ออกมาจากวัตถุดำเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ ดังภาพที่ 6.2



ภาพที่ 6.2 แสดงสเปกตรัมการแผ่รังสีของวัตถุดำที่อุณหภูมิต่าง ๆ

ที่มา: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล, ออนไลน์. เข้าถึงเมื่อ 5 มีนาคม 2563 จาก

<http://www.rmutphysics.com/charud/virtualexperiment/virtual3/blackbody>

ซึ่งจากภาพจะพบว่าเมื่ออุณหภูมิของวัตถุดำสูงขึ้นตำแหน่งที่มีความเข้มรังสีสูงสุดจะเปลี่ยนไปในทิศทางที่ความยาวคลื่นสั้นลง เมื่อ λ_{max} คือ ความยาวคลื่นของรังสีที่มีความเข้มมากที่สุด มีหน่วยเป็นเมตร เป็นที่ทราบกันดีว่า สามารถมองเห็นวัตถุได้เนื่องจากมีแสงมาตกกระทบวัตถุแล้วสะท้อนเข้าตาเรา วัตถุโดยทั่วไป ณ อุณหภูมิห้องจะแผ่รังสีออกมาในย่านอินฟราเรด หรือความยาวคลื่นสูงสุดประมาณ 10 นาโนเมตร ซึ่งเป็นสเปกตรัมในย่านที่ตาเรามองไม่เห็น เมื่อวัตถุถูกทำให้ร้อนขึ้น วัตถุจะเริ่มทำการแผ่รังสีในย่านที่ตาเรามองเห็นออกมา เช่น เหล็กที่ถูกเผาไฟ จะเริ่มมีสีแดง ต่อมาเมื่ออุณหภูมิของเปลวไฟสูงขึ้นจะสังเกตเห็นว่าเหล็กเปลี่ยนเป็นสีเหลือง ความยาวคลื่นซึ่งได้จากอัตราการแผ่พลังงานสูงสุดของวัตถุจะแปรผกผันกับอุณหภูมิของวัตถุ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\lambda_{max} = \frac{2.9 \times 10^{-3}}{T} \quad (6-5)$$

ซึ่งสามารถเรียกสมการ (6.5) นี้ว่า กฎการกระจัดของวิน (Wien's displacement Law) หลังจากที่เคอร์ชอฟฟ์ ได้เสนอสมการที่แสดงการแผ่รังสีของวัตถุดำในรูปของกำลังต่อพื้นที่ต่อความถี่ของวัตถุดำ ได้มีความพยายามในการแสดงสมการดังกล่าวในรูปของความสัมพัทธ์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้น เนื่องจากว่าฟังก์ชัน $J(f, T)$ นี้ยังไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปที่ชัดเจนได้ แต่เพื่อความสะดวก

จะพิจารณาการแผ่รังสีในเทอมของความหนาแน่นพลังงาน หรือพลังงานต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรต่อหนึ่งหน่วยความถี่ แทน โดยปริมาณทั้งสองมีความสัมพันธ์กันแสดงได้ดังนี้

$$J(f, T) = u(f, T) \frac{c}{4} \quad (6-6)$$

เมื่อ c คือ อัตราเร็วแสง ต่อมาในปี ค.ศ. 1893 วินส์ ได้เสนอความสัมพันธ์ของตัวแปรในสมการ (6-6) ออกมาอย่างชัดเจนจากผลการศึกษา ดังนี้

$$u(f, T) = Af^3 e^{-\beta f/T} \quad (6-7)$$

เมื่อ A และ β เป็นค่าคงตัว

สมการที่ (6-7) นี้เรียกว่า กฎเลขชี้กำลังของวินส์ (Wein's exponential law) โดยถือว่าเป็นสมการที่กล่าวถึงการแผ่รังสีของวัตถุดำที่ชัดเจนขึ้นมาก เนื่องจากเป็นสมการที่ได้จากทฤษฎี จึงได้นักฟิสิกส์หลายท่านทำการตรวจสอบกับผลการทดลอง พบว่าผลการทดลองและทฤษฎีเข้ากันได้ดีมากที่ความยาวคลื่นสั้นๆ กล่าวคือ ความยาวคลื่นตั้งแต่ 1 ถึง 4 ไมโครเมตร และอุณหภูมิในช่วง 400 ถึง 1600 เคลวิน

อย่างไรก็ตามเมื่อได้มีการทดลองการแผ่รังสีของวัตถุดำที่ความยาวคลื่นสูงขึ้นไปจนถึง 60 ไมโครเมตร พบว่ากฎของวิน ให้ผลที่ต่างจากการทดลองอย่างมาก โดยเฉพาะในส่วนที่มีความยาวคลื่นมาก ๆ เป็นที่น่าสังเกตว่าความแตกต่างที่สังเกตได้เกิดขึ้น ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดให้ความยาวคลื่นที่สนใจคงที่ ณ ความยาวคลื่น 54.2 ไมโครเมตร และทำการเปลี่ยนแปลงค่าอุณหภูมิจาก -200°C ถึง 1500°C ซึ่งนักฟิสิกส์ที่ได้ทำการทดลองศึกษาความแตกต่างนี้คือ รูเบน โดยได้ข้อสรุปว่าในช่วงความยาวคลื่นมาก ๆ ความหนาแน่นพลังงานจะแปรผันตรงกับอุณหภูมิ ซึ่งเป็นผลสรุปที่แตกต่างจากกฎของวิน ข้อสรุปของรูเบนที่ได้จากการทดลอง มีผลของทฤษฎีจากการศึกษาของ เรย์ลีและจิ้น มาสนับสนุน โดยอาศัยทฤษฎีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหพลศาสตร์ ซึ่งทฤษฎีที่น่าเสนอโดยนักฟิสิกส์ทั้งสองนี้เรียกว่า ทฤษฎียุคดั้งเดิมของการแผ่รังสีของวัตถุดำ สามารถสรุปเป็นสมการความหนาแน่นพลังงานได้ดังนี้

$$u(f, T) = \frac{8\pi f^2}{c^3} k_B T \quad (6-8)$$

หรือในรูปของความยาวคลื่น

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} k_B T \quad (6-9)$$

เมื่อ k_B คือ ค่าคงตัวของโบลซ์มานส์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎีนี้สามารถอธิบายการแผ่รังสีของวัตถุดำได้เฉพาะในช่วงที่ความยาวคลื่นมาก ๆ เท่านั้น

ในปี ค.ศ. 1900 มัคซ์ พลังค์ (Max Planck) ได้อธิบายปรากฏการณ์เกี่ยวกับการแผ่รังสีของวัตถุต่าง ๆ ได้เสนอสมการที่มีพื้นฐานมากจากสิ่งที่ วินและเรย์ลี กับจิ้น ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับแนวคิดใหม่ทางฟิสิกส์ ซึ่งเป็นรากฐานของฟิสิกส์ควอนตัมในปัจจุบัน ข้อสรุปของพลังค์สามารถแสดงออกมาได้ในรูปของสมการเช่นกัน ดังนี้

$$u(f, T) = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \left(\frac{1}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1} \right) \quad (6-10)$$

เมื่อ h คือ ค่าคงตัวของพลังค์ มีค่าเท่ากับ $6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

สังเกตว่าที่ความถี่สูง ๆ จะได้ $\frac{hf}{k_B T} \gg 1$ แล้ว

$$\left(\frac{1}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1} \right) \approx e^{-\frac{hf}{k_B T}}$$

ดังนั้น เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} u(f, T) &= \frac{8\pi hf^3}{c^3} \left(\frac{1}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1} \right) \\ &\approx \frac{8\pi hf^3}{c^3} e^{-\frac{hf}{k_B T}} \end{aligned} \quad (6-11)$$

ซึ่งเป็นสมการแสดงกฎของวิน

ตามแนวคิดของพลังค์การแผ่รังสีของวัตถุดำเกิดจากการสั่นของโมเลกุลขนาดเล็กมาก ๆ ที่เรียกว่า ตัวสะท้อน ซึ่งอยู่ที่ผนังภายในโพรงของวัตถุดำ โดยมีจำนวนมากมาย ด้วยความถี่ค่าหนึ่ง (f) ทำให้พลังงานมีค่าใด ๆ ก็ได้เช่นกัน และจะมีแอมพลิจูดของการสั่นลดลงเมื่อมันปลดปล่อยพลังงานบางส่วนออกมา ซึ่งค่าพลังงานเป็นไปตามเงื่อนไข คือ

$$E = nhf \quad (6-12)$$

เมื่อ E คือ พลังงานของอะตอมตัวที่รับหรือคายพลังงาน มีหน่วยเป็น จูล (J)

h คือ ค่าคงตัวของพลังค์ มีค่าเท่ากับ 6.63×10^{-34} J.s

n คือ เลขจำนวนเต็ม 1, 2, 3... เรียกว่าเลขควอนตัม (quantum number)

ν คือ ความถี่ของแสง มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์ (Hz)

โดยพลังงานของอะตอมที่สั่นจะดูดกลืนหรือแผ่รังสี (คายพลังงาน) ออกมามีเฉพาะบางค่าเท่านั้น มีลักษณะไม่ต่อเนื่องเป็นก้อนของพลังงาน เรียกว่า ควอนตัมของพลังงาน (quantum of energy)

ตัวอย่างที่ 6.1 จงหาความยาวคลื่นสูงสุดของการแผ่รังสีของวัตถุดำที่แผ่ออกจากร่างกายมนุษย์ที่อุณหภูมิผิวหนัง 35°C

วิธีทำ การแผ่รังสีความร้อนจากผิวของวัตถุใดๆ ค่าความยาวคลื่นสูงสุดจะสัมพันธ์กับอุณหภูมิที่ผิววัตถุจากการใช้กฎการกระจายของวิน

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad \lambda_{\max} &= \frac{2.9 \times 10^{-3}}{T} \text{ m. K} \\ \lambda_{\max} &= \frac{2.9 \times 10^{-3}}{308} \text{ m. K} \\ &= 9.41 \mu\text{m} \end{aligned}$$

คำตอบ ความยาวคลื่นสูงสุดเท่ากับ 9.41 ไมโครเมตร

ตัวอย่างที่ 6.2 วัตถุชิ้นหนึ่งมีมวล 2 kg ต่ออยู่กับสปริงเบาที่มีค่าคงที่ 25 N/m สปริงถูกยืดให้ห่างออกจากจุดสมดุลของมันเป็นระยะ 0.4 m และถูกปล่อยจากจุดหยุดนิ่ง

ก) จงหาพลังงานสุทธิของระบบนี้และความถี่ของการสั่นตามการคำนวณแบบแผนเดิม

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{จากพลังงานของระบบ} \quad E &= \frac{1}{2}kA^2 \\ &= \frac{1}{2}(25\text{N/M})(0.4\text{m})^2 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นได้ค่าพลังงาน} \quad E = 2 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{หาค่าความถี่ของการสั่น} \quad f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{25\text{N/m}}{2\text{kg}}} \\ &= 0.563 \text{ Hz} \end{aligned}$$

คำตอบ พลังงานสุทธิของระบบเท่ากับ 2 จูล และความถี่เท่ากับ 0.563 เฮิรตซ์

ข) หากพลังงานของวัตถุที่สั่นนี้เป็นแบบควอนไทซ์ จงหาเลขควอนตัม n ของระบบ

$$\text{จาก} \quad E = nh\nu$$

$$n = \frac{E}{hf}$$

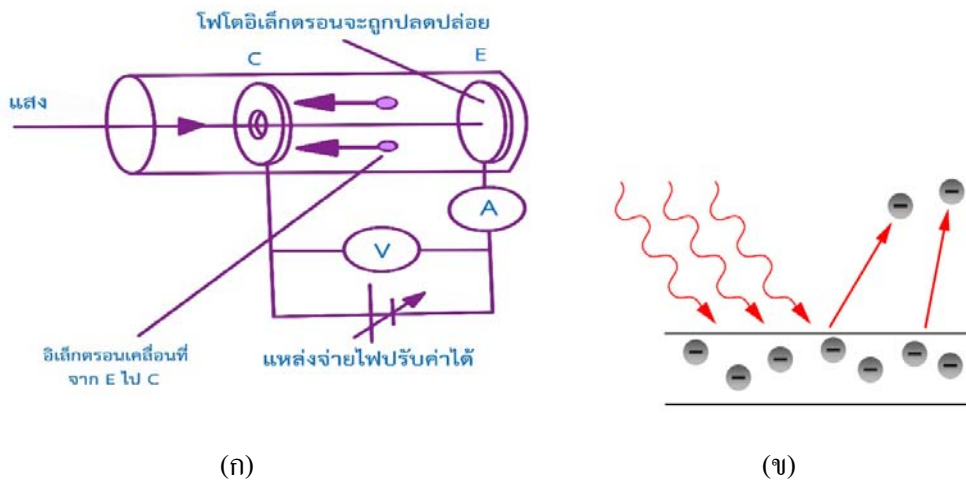
$$n = \frac{2 \text{ J}}{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(0.563 \text{ Hz})}$$

$$= 5.36 \times 10^{33}$$

คำตอบ เลขควอนตัมเท่ากับ 5.36×10^{33}

6.4 ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric effect)

ในปี ค.ศ.1887 เฮิร์ตซ์ (Hertz) ได้ทำการทดลองฉายรังสีอัลตราไวโอเล็ตไปตกกระทบบนผิวโลหะ พบว่ามีอิเล็กตรอนอิสระหลุดออกจากที่โลหะนั้น อิเล็กตรอนที่หลุดจากแผ่นโลหะเรียกว่าโฟโตอิเล็กตรอน (Photoelectrons) และปรากฏการณ์ที่แสงทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกมาจากผิวโลหะนี้ เรียกว่า ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก



ภาพที่ 6.3 (ก) แผนภาพชุดทดลองการศึกษาปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตรอน
(ข) แสดงภาพการเกิดโฟโตอิเล็กตรอน

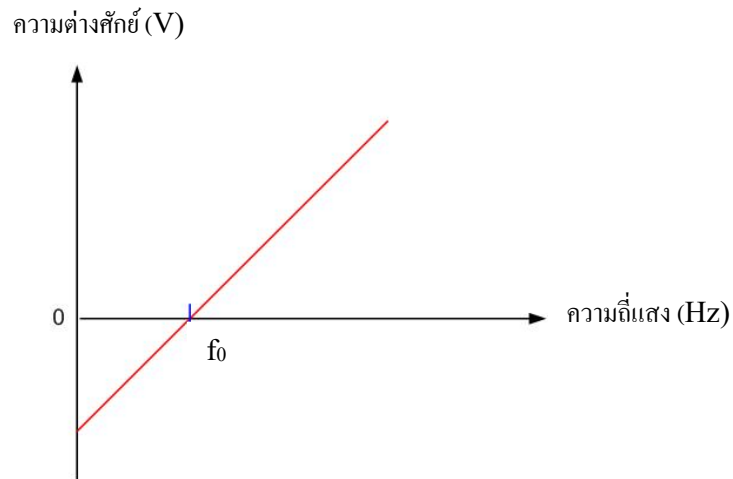
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกแสดงได้โดยใช้อุปกรณ์ดังภาพที่ 6.3 แผ่นโลหะ C และ E อยู่ในหลอดสุญญากาศ โดย C ต่อเข้ากับขั้วไฟฟ้าลบ และ E ต่อเข้ากับขั้วไฟฟ้าบวก โดยเมื่อฉายแสง ด้วยความถี่ ซึ่งเป็นความถี่ที่สูงพอเหมาะ ลงบนแผ่นโลหะ C ทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากแผ่นโลหะ C ซึ่งจะพบว่าเข็มของแอมมิเตอร์เบนไป แสดงว่ามีกระแสไฟฟ้าเกิดขึ้น โดยขณะที่ความต่างศักย์ต่ำ ๆ กระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นมีค่าน้อย ทำให้อิเล็กตรอนบางตัวมีพลังงานไม่มากพอที่จะเคลื่อนที่ถึงแผ่น E เมื่อเพิ่มความต่างศักย์กระแสไฟฟ้ามีค่ามากขึ้นจนกระทั่งกระแสที่ ทำให้อิเล็กตรอนทุกตัวมีพลังงานมากพอจึงสามารถเคลื่อนที่ด้วยความเร็วถึงแผ่น E และถ้าใช้ความเข้มแสงต่างกัน

จะพบว่าแสงที่มีความเข้มมากจะให้กระแสไฟฟ้าสูงสุดมีค่ามากกว่า ต่อจากนั้นกลับขั้วไฟฟ้าและเพิ่มความต่างศักย์จนกระทั่งกระแสไฟฟ้าเป็นศูนย์ ทำให้อิเล็กตรอนที่มีความเร็วมากที่สุดหรือพลังงานจลน์สูงสุดหยุดนิ่ง เรียกความต่างศักย์นี้ว่า ความต่างศักย์หยุดยั้ง (Stopping Potential) แทนด้วย V_s ดังนั้นจะได้พลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน คือ

$$E_{k\max} = eV_s = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad (6-13)$$

- โดยที่ $E_{k\max}$ คือ พลังงานจลน์สูงสุดของอิเล็กตรอน มีหน่วยเป็นจูล (J)
 e คือ ประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากับ 1.6×10^{-19} คูโลมบ์ (C)
 V_s คือ ความต่างศักย์หยุดยั้ง มีหน่วยเป็น โวลต์ (V)
 m คือ มวลของอิเล็กตรอนมีค่า 9.1×10^{-31} kg
 v_{\max} คือ ความเร็วสูงสุดของอิเล็กตรอน (m/s)

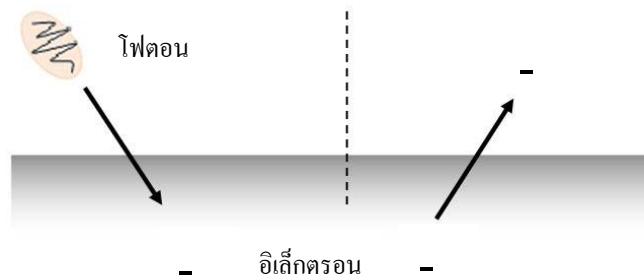
จากการทดลองเมื่อฉายแสงความถี่ต่าง ๆ กันลงบนแผ่นโลหะ C พบว่า ถ้าให้ความถี่แสงมากกว่าความถี่ค่าหนึ่ง อิเล็กตรอนจึงจะหลุดจากผิวโลหะได้ ความถี่นี้เรียกว่าความถี่ขีดเริ่ม (V) และเมื่อให้ความถี่มากกว่าความถี่ขีดเริ่มแล้ว พบว่าวัดค่าศักย์หยุดยั้งในแต่ละกรณีของแสงที่ใช้ฉาย เมื่อนำมาหาความสัมพันธ์แสดงได้ด้วยกราฟ ดังภาพที่ 6.4



ภาพที่ 6.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่แสงและความต่างศักย์หยุดยั้ง

ไอน์สไตน์ (Einstein) ได้อธิบายเกี่ยวกับปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก โดยเสนอทฤษฎีเกี่ยวกับโฟโตอิเล็กตรอนว่า เมื่อแสงซึ่งมีลักษณะเป็นอนุภาคที่ประกอบด้วยก้อนพลังงานเล็ก ๆ เรียกว่า โฟตอน (Photon) โดยโฟตอนแต่ละก้อนจะมีพลังงานเท่ากับ เมื่อโฟตอนตกกระทบโลหะ

พลังงานของโฟตอนจะถ่ายให้กับอิเล็กตรอนในโลหะตัวต่อตัว และในการที่อิเล็กตรอนจะหลุดจากอะตอมของผิวโลหะ อิเล็กตรอนจะต้องได้รับพลังงานจากโฟตอนอย่างน้อยเท่ากับค่าฟังก์ชันงาน (Work Function) ซึ่งเป็นพลังงานยึดเหนี่ยวอิเล็กตรอนไว้กับอะตอมนั้น ถ้าพลังงานที่ได้รับมากกว่าค่าฟังก์ชันงาน พลังงานส่วนที่เหลือจะปรากฏเป็นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน ถ้าแสงมีความถี่ (f) ตกกระทบแผ่นโลหะที่มีค่าฟังก์ชันของงาน W พลังงานที่เหลือคือพลังงานจลน์สูงสุด E_{Kmax} ของอิเล็กตรอนหลุดออกมา ดังภาพที่ 6.5



ภาพที่ 6.5 แสดงโฟตอน ค่าฟังก์ชันงานและพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน

ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ตามทฤษฎีเกี่ยวกับโฟโตอิเล็กตรอนเป็นสมการได้ว่า

$$E_{Kmax} = hf - \phi \quad (6-14)$$

เมื่อ E_{Kmax} คือ พลังงานจลน์สูงสุดของอิเล็กตรอนหน่วยเป็นอิเล็กตรอนโวลต์ (eV)

ซึ่งพลังงาน 1 eV มีค่าเท่ากับ 1.6×10^{-19} จูล (J)

hf คือ พลังงานทั้งหมดของโฟตอน

โดยโฟตอน 1 ตัว มีหน่วยเป็นอิเล็กตรอนโวลต์ (eV)

โดยที่ f คือ ความถี่ของแสงซึ่ง $f = \frac{c}{\lambda}$ เมื่อ c คือความเร็วแสงมีค่า 3×10^8 m/s

และ λ คือความยาวคลื่นของแสง ในหน่วยเมตร

ϕ คือ ฟังก์ชันงานของโลหะ มีหน่วยเป็น อิเล็กตรอนโวลต์ (eV)

เรียกสมการที่ (6.14) ว่า สมการ โฟโตอิเล็กตรอนของไอน์สไตน์ โดยสมการนี้จะพบว่าพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอนขึ้นอยู่กับความถี่ของแสง ทั้งนี้เพราะค่าฟังก์ชันงานของโลหะเป็นค่าคงที่สำหรับโลหะแต่ละชนิด การทดลองอีกประเภทหนึ่งที่ฟิสิกส์ยุคดั้งเดิมไม่สามารถอธิบายได้

คือระบบที่มีขนาดเล็กมากๆ ซึ่งคำว่าเล็กในที่นี้คือเมื่อพิจารณาวัตถุที่มีขนาดในระดับอะตอม เพื่อเป็นการเปรียบเทียบถึงความเล็กของวัตถุที่ว่า มนุษย์มีความสูงอยู่ที่ระดับ 1-2 m เส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นผมมีขนาดประมาณ 50 – 100 μm เซลล์สิ่งมีชีวิตมีขนาดประมาณ 10 μm ในขณะที่อะตอมมีขนาดอยู่ที่ระดับ 10^{-10} m หรือเรียกว่า อังสตรอม ยิ่งไปกว่านั้นนิวเคลียสที่อยู่ภายในอะตอมมีขนาดเพียง 10^{-15} m โดยมีชื่อเรียกว่า เฟอร์มิ ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีขนาดเล็กมากจึงเป็นที่แน่นอนว่าเรามักไม่พบหรือต้องมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่มีขนาดเล็กเท่านี้ในชีวิตประจำวัน นักฟิสิกส์ต้องพบกับข้อจำกัดของฟิสิกส์ยุคดั้งเดิมก็เมื่อเขาเหล่านั้นต้องการจะอธิบายโครงสร้างภายในของอะตอม ซึ่งถือได้ว่าเป็นหน่วยที่เล็กที่สุดที่ประกอบกันขึ้นมาเป็นทุกสรรพสิ่ง ในจักรวาลนี้ การอธิบายโครงสร้างของอะตอมรวมไปถึงปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับอะตอมโดยอาศัยฟิสิกส์ยุคดั้งเดิมนั้น หลายครั้งพบว่าผลที่ได้มีความผิดพลาดและในหลายๆ ครั้งที่ นักฟิสิกส์ไม่สามารถอธิบายอะไรได้เลยแม้แต่เล็กน้อย ด้วยเหตุนี้เองนักฟิสิกส์จึงรู้ถึงความจำเป็นที่จะต้องมียุคใหม่ที่เล็กซึ่งยิ่งขึ้นไปกว่าทฤษฎีที่มีมาทั้งหมดในฟิสิกส์ยุคดั้งเดิม ทฤษฎีใหม่นี้ที่เรียกว่า ทฤษฎีควอนตัม

ตัวอย่างที่ 6.3 ในการทดลองปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก ใช้แสงความยาวคลื่น 4×10^{-7} เมตร ส่องกระทบโลหะ ซึ่งต้องใช้ความต่างศักย์หยุดยั้ง 2 โวลต์ แต่เมื่อเปลี่ยนความยาวคลื่นแสงเป็น 6×10^{-7} เมตร ต้องใช้ความต่างศักย์หยุดยั้ง 1 โวลต์ จงหา

(ก) ค่าคงที่ของพลังค์

(ข) ค่าฟังก์ชันงาน

วิธีทำ (ก) จากสมการที่ (6-14) $E_{\text{kmax}} = hf - \phi$ และ $E_{\text{kmax}} = eV_s$, $\lambda = c/f$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad eV_s &= \frac{hc}{\lambda} - W \\ \text{แทนค่าได้} \quad e(2V) &= \frac{hc}{4.0 \times 10^{-7} \text{m}} - W \end{aligned} \quad (1)$$

$$e(1V) = \frac{hc}{6.0 \times 10^{-7} \text{m}} - W \quad (2)$$

แก้สมการ (1) และ (2)

คำตอบ ได้ค่าคงตัวของพลังค์ $h = 6.4 \times 10^{-34}$ J.s

(ข) แทนค่า h ที่ได้จากข้อ (ก) ลงในสมการที่ (1) หรือ (2) จะได้ $W = 3 \text{ eV}$

คำตอบ ค่าคงตัวของพลังค์เท่ากับ 6.4×10^{-34} J.s และฟังก์ชันงาน 3 อิเล็กตรอนโวลต์

ตัวอย่างที่ 6.4 จงหาความต่างศักย์ที่สามารถหยุดอิเล็กตรอนตัวที่เร็วที่สุด ซึ่งถูกปลดปล่อยออกมาจากผิวของนิกเกิลภายใต้กิริยาของแสงเหนือม่วง ซึ่งมีความยาวคลื่น 200 nm พลังงานงานของนิกเกิลคือ 5.01 eV

วิธีทำ พลังงานของโฟตอนที่มีความยาวคลื่น 200 nm

$$\begin{aligned} E &= hf = h \frac{c}{\lambda} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s})(3.0 \times 10^8 \text{m/s})}{(200 \times 10^{-9} \text{m})(1.6 \times 10^{-19} \text{J/eV})} \\ &= 6.22 \text{ eV} \end{aligned}$$

พลังงานของอิเล็กตรอนที่หลุดออกมา คือ

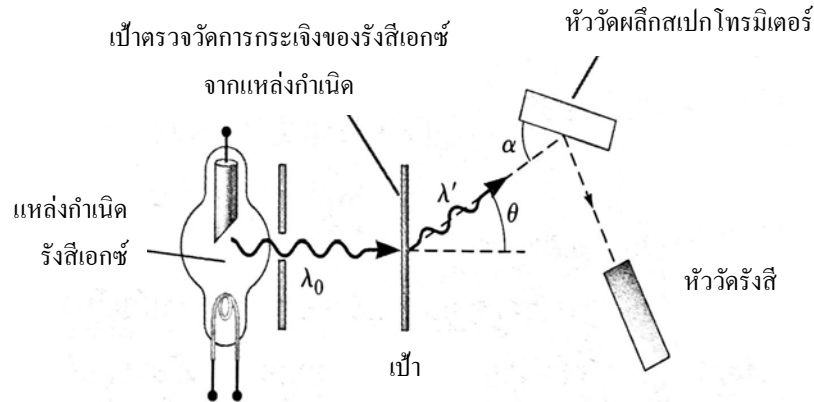
$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - \phi \\ &= 6.22 \text{ eV} - 5.01 \text{ eV} \\ &= 1.21 \text{ eV} \end{aligned}$$

คำตอบ ดังนั้นต้องใช้ความต่างศักย์ 1.21 eV

6.5 ปรากฏการณ์คอมป์ตัน (The Compton Effect)

ในปี ค.ศ. 1923 อาร์เทอร์ สจลล์ คอมป์ตัน และปีเตอร์ เดอบาย ต่างนำเสนอต่อยอดแนวคิดโมเมนตัมของโฟตอนของไอน์สไตน์ คอมป์ตัน และเพื่อนร่วมงานได้รวบรวมหลักฐานที่แสดงให้เห็นว่าทฤษฎีคลื่นของแสงในยุคดั้งเดิมล้มเหลวในการอธิบายการกระเจิงของรังสีเอ็กซ์จากอิเล็กตรอน ตามทฤษฎีดั้งเดิม เนื่องจากอิเล็กตรอนที่ต่างกันแต่ละตัวเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่แตกต่างกันหลังจากเกิดอันตรกิริยาซึ่งขึ้นอยู่กับผลรวมของพลังงานที่ถูกดูดกลืนจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ความถี่ของคลื่นที่กระเจิงออกมาที่มุมหนึ่งเมื่อวัดเทียบกับการแผ่รังสีของคลื่นตกกระทบควรแสดงให้เห็นการกระจายของค่าการเลี้ยวเบนของคอมป์ตัน แต่ผลการทดลองของคอมป์ตันกลับตรงข้ามกับการทำนายโดยทฤษฎีนี้ การทดลองของคอมป์ตันแสดงให้เห็นว่า ที่มุมหนึ่งมีเพียงความถี่เดียวเท่านั้นของรังสีจากการกระเจิงที่สามารถสังเกตได้ คอมป์ตันและเพื่อนร่วมงานอธิบายการทดลองนี้โดยคิดว่าโฟตอนไม่ได้เป็นคลื่น แต่มันประพฤติตัวเป็นจุดอนุภาคที่มีพลังงานคือ hf และมีโมเมนตัม hf/c และสมมติฐานว่าพลังงานและโมเมนตัมของระบบ โดคเต็ยของการชนกันของคู่โฟตอน-

อิเล็กตรอนนั้นมีสมบัติของการอนุรักษ์คอมป์ตัน ในปัจจุบันปรากฏการณ์การกระเจิงนี้รู้จักกันในนาม ปรากฏการณ์คอมป์ตัน (Compton effect)



ภาพที่ 6.6 แผนภาพเครื่องมือที่คอมป์ตันใช้ รังสีเอกซ์กระเจิงออกมาจากเป้าคาร์บอน
ที่มา: Serway, R.A, Mose, C.J., & Moyer, C.A., 2005

จากภาพรังสีเอกซ์กระเจิงออกมาจากเป้าคาร์บอน ถูกทำให้เลี้ยวเบนโดยการหมุนผลึกสเปกโตรมิเตอร์ และจากนั้นจึงวัดความเข้มของรังสีเอกซ์ด้วยหัววัดรังสี (ionization chamber) ซึ่งสร้างกระแสไฟฟ้าที่แปรผันกับความเข้มแสง รังสีตกกระทบประกอบด้วยรังสีเอกซ์ที่มีความยาวคลื่นเดียว ความเข้มแสงของรังสีเอกซ์ที่กระเจิงออกมากับความยาวคลื่นสำหรับการกระเจิงคอมป์ตันที่มุม θ ซึ่งเราสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้คือ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad (6-15)$$

เมื่อ m_e คือ มวลของอิเล็กตรอน

λ' คือ ความยาวคลื่นรังสีเอกซ์หลังการกระเจิงจากแท่งแกรไฟต์แล้ว

λ_0 คือ ความยาวคลื่นรังสีเอกซ์ก่อนการกระเจิงจากแท่งแกรไฟต์

$\Delta\lambda$ คือ การเลื่อนของความยาวช่วงคลื่น

θ คือ มุมที่ความยาวคลื่นรังสีเอกซ์กระเจิงจากแท่งแกรไฟต์

สมการนี้เรียกว่า สมการเลื่อนของคอมป์ตัน และเราสามารถหา ความยาวคลื่นคอมป์ตัน (Compton wavelength) ของอิเล็กตรอนได้คือ

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 0.00243 \text{ nm}$$

เมื่ออนุภาคโฟตอนของรังสีเอ็กซ์มีพลังงาน $E = hf_0$ ซึ่งสัมพันธ์กับความยาวคลื่น λ_0 เมื่ออนุภาคโฟตอนชนกับอิเล็กตรอนภายในเข้าฉายรังสีซึ่งอยู่นิ่ง โดยทั่วไปจะเกิดการเปลี่ยนแปลงแนวทางของโฟตอน หรือกล่าวได้ว่า รังสีเกิดการกระเจิงและทำให้อิเล็กตรอนเกิดการเคลื่อนที่

สมการที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงความยาวคลื่นของรังสีเอ็กซ์เมื่อมีการกระเจิงที่มุม θ ต่าง ๆ ค่า m_0 ที่ปรากฏในสมการนี้คือ มวลนิ่งของอิเล็กตรอนในกรณีที่อิเล็กตรอนที่โดนโฟตอนพุ่งชนเป็นอิเล็กตรอนอิสระ หรือเป็นอิเล็กตรอนที่ถูกยึดด้วยแรงยึดเหนี่ยวภายในอะตอมขนาดเล็ก ๆ แต่ถ้าเป็นอิเล็กตรอนที่ถูกยึดเหนี่ยวด้วยแรงยึดเหนี่ยวค่าสูง ๆ ขนาด m นี้จะต้องแทนด้วยมวลทั้งหมดของอะตอม ดังนั้นจึงมีผลทำให้เกิดการเลื่อนคอมป์ตัน เช่นในกรณีของอะตอมคาร์บอนมีมวลมากกว่าอิเล็กตรอนที่ถูกยึดเหนี่ยวอย่างแน่นหนา จึงมีน้อยกว่าการเปลี่ยนแปลงความยาวคลื่นโฟตอนที่พุ่งชนอิเล็กตรอนอิสระประมาณ 22,000 เท่า ซึ่งในทางปฏิบัติไม่สามารถตรวจสอบได้ จึงทำให้เมื่อสังเกตผลจากการทดลองปรากฏการณ์คอมป์ตัน จะพบว่ามีการเอ็กซ์ที่มีความยาวคลื่นเดิมออกมาด้วย (λ_0)

ตัวอย่างที่ 6.5 รังสีเอ็กซ์ความยาวคลื่น $\lambda_0 = 0.2 \text{ nm}$ กระเจิงออกจากก้อนวัสดุ รังสีเอ็กซ์ที่กระเจิงออกมาสามารถสังเกตได้ที่มุม 45° เทียบกับลำแสงตกกระทบ จงคำนวณหาความยาวคลื่นของรังสีเอ็กซ์ที่กระเจิง

วิธีทำ จากสมการ
$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

$$= 0.2 \times 10^{-9} \text{ m} + \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(1 - \cos 45^\circ)}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}$$

$$= 0.2 \times 10^{-9} \text{ m} + 7.1 \times 10^{-13} \text{ m} = 0.20071 \text{ nm}$$

คำตอบ ความยาวคลื่นเท่ากับ 0.20071 นาโนเมตร

ตัวอย่างที่ 6.6 กำหนดให้โฟตอนของรังสีเอ็กซ์ความยาวคลื่น 0.03 nm เกิดการกระเจิงจากอิเล็กตรอนอิสระ ถ้าการเลื่อนคอมป์ตันของรังสีเอ็กซ์มีค่าเท่ากับความยาวคลื่นคอมป์ตันพอดี อิเล็กตรอนนี้จะมีพลังงานจลน์หลังการชนเท่าใด

วิธีทำ จากสมการ (6-15) จะได้

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{mc}$$

ดังนั้น
แทนค่าได้

$$\lambda' = \frac{h}{mc} + \lambda_0$$

$$\begin{aligned}\lambda' &= \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} + 0.03 \text{ nm} \\ &= 0.032 \text{ nm}\end{aligned}$$

จากพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนหลังการชน $E_k = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda'}$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}E_k &= 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm} \left(\frac{1}{0.03 \text{ nm}} - \frac{1}{0.032 \text{ nm}} \right) \\ &= 2583 \text{ eV}\end{aligned}$$

คำตอบ พลังงานจลน์หลังชนมีค่าเท่ากับ 2583 อิเล็กตรอนโวลต์

6.6 สมบัติความเป็นคลื่นของอนุภาค (The wave properties of particles)

ที่ผ่านมาการศึกษาปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก ปรากฏการณ์คอมป์ตัน ที่แสดงให้เห็นว่าคลื่นแสงมีพฤติกรรมเช่นเดียวกับอนุภาค โดยอนุภาคของคลื่นแสงดังกล่าวเรียกว่า โฟตอน จากทั้งสองปรากฏการณ์ อาจทำให้เกิดข้อสงสัยว่าความจริงแล้ว แสงเป็นคลื่นหรืออนุภาค คำตอบคือ แสงสามารถพิจารณาว่าเป็นได้ทั้งคลื่นและอนุภาค ขึ้นอยู่กับปรากฏการณ์ที่กำลังพิจารณานั้นเหมาะสมที่จะใช้สมบัติแบบใดของแสงในการอธิบาย

ในปี ค.ศ. 1924 เดอบรอยล์ (*Louis Victor De Broglie*) เป็นนักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศสได้เสนอสมมติฐานที่แสดงถึงสมการความสัมพันธ์ระหว่างความยาวคลื่นและโมเมนตัมของโฟตอนของแสง โดยอาศัยทฤษฎีสัมพัทธภาพของไอน์สไตน์ร่วมกับทฤษฎีของพลังค์ว่าด้วยความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นและอนุภาค แล้วนำมาใช้กับโฟตอน กรณีที่อนุภาคมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ย่อมมีโมเมนตัม คือ

$$p = mv$$

จาก $E = mc^2$ จะได้ $m = \frac{E}{c^2}$

จะได้

$$p = \frac{Ev}{c^2}$$

ถ้าอนุภาคนี้คือ โฟตอน จะมีความเร็วเท่ากับความเร็วแสง แต่พลังงานของโฟตอนที่มีความถี่มีค่า hf และความเร็วแสง $c = f\lambda$ เมื่อ แทนค่า E และ c ในสมการ จะได้ โมเมนตัมของโฟตอน

$$p = \frac{hf}{c}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (6-16)$$

หรือ ความยาวคลื่นของโฟตอน

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (6-17)$$

ความยาวคลื่นของอนุภาคตามสมการที่ (6.17) เรียกว่า ความยาวคลื่นเดอบรอยล์ของอนุภาค (De Broglie's wavelength of particle) หลังจากที่เดอบรอยล์เสนอความคิดของเขาแล้ว ได้มีนักวิทยาศาสตร์หลายท่านได้พยายามทดสอบความเป็นไปได้ของสมมติฐานดังกล่าว โดยคิดว่าถ้าอนุภาคมีสมบัติของคลื่นอนุภาคก็น่าจะแสดงสมบัติการแทรกสอดและเลี้ยวเบนได้เช่นเดียวกับคลื่นทั่วไป อนุภาคที่ใช้ในการศึกษาครั้งแรกก็คือ อิเล็กตรอน

นอกจากจะทราบว่าอนุภาคที่แสดงสมบัติเป็นคลื่นมีความยาวคลื่นเท่ากับความยาวคลื่นเดอบรอยล์แล้ว ยังสามารถหาค่าความถี่ของอนุภาคได้ถ้าเราทราบพลังงานของมัน ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และพลังงานของอนุภาค แสดงได้ดังสมการ

$$f = \frac{E}{h} \quad (6-18)$$

ตัวอย่างที่ 6.7 วัตถุมวล 50 กรัม ถูกขว้างด้วยอัตราเร็ว 40 เมตรต่อวินาที ความยาวคลื่นเดอบรอยล์มีขนาดเท่าใด

วิธีทำ จาก

$$\lambda = \frac{h}{mu} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(50 \times 10^{-3} \text{ kg})(40 \text{ m/s})}$$

$$= 3.3 \times 10^{-34} \text{ m}$$

คำตอบ ความยาวคลื่นเดอบรอยล์ 3.3×10^{-34} เมตร

ตัวอย่างที่ 6.8 อิเล็กตรอนในหลอดที่มีอัตราเร็ว $5 \times 10^7 \text{ m/s}$ จงหาความยาวคลื่นเดอบรอยที่สัมพันธ์กับอิเล็กตรอน

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{จาก} \quad \lambda &= \frac{h}{p} \\ \lambda &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5 \times 10^7 \text{ m/s})} \\ &= 1.46 \times 10^{-11} \text{ m} \\ &= 0.0146 \text{ nm} \end{aligned}$$

คำตอบ ความยาวคลื่นเท่ากับ 0.0146 นาโนเมตร

6.7 ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอน (Electron wave function)

หัวข้อนี้นำเสนอเพื่อหารูปแบบการบรยายคลื่นหรือฟังก์ชันคลื่นสำหรับอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่สาเหตุที่สนใจฟังก์ชันคลื่นสำหรับอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่ก็เพราะว่าความยาวคลื่นเดอบรอยล์สำหรับอนุภาคจะเกิดขึ้นเมื่ออนุภาคมีโมเมนตัมเท่านั้น จากที่ฟังก์ชันทั่วไปของคลื่นส่วนใหญ่ไม่ว่าจะเป็นฟังก์ชันคลื่นของเส้นเชือก คลื่นเสียง คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง x และเวลา t จะเป็นดังสมการนี้

$$\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (6-19)$$

สมการที่ (6-19) แสดงฟังก์ชันของคลื่นโดยในที่นี้พิจารณาที่เวลา $t = 0$ เมื่อ A คือ แอมพลิจูด และ λ คือความยาวคลื่น ถ้าคลื่นที่กำลังพิจารณาเป็นคลื่นในเส้นเชือก ψ จะแทนการกระจัดของเส้นเชือก ณ ตำแหน่งวัดจากจุดสมดุล ถ้าเป็นคลื่นเสียง ψ จะแทนการกระจัดของโมเลกุลของอากาศและถ้าเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะแทนขนาดของสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งหนึ่งฟังก์ชันคลื่นที่เวลา $t = 0$ คือ $\psi(x, t) = A \sin\left[\frac{2\pi x}{\lambda}\right]$ เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น กล่าวคือที่ $t = t$ ใด ๆ ฟังก์ชันคลื่นเขียนได้

$$\psi(x, t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \quad (6-20)$$

เนื่องจาก v คือความเร็วของคลื่น สามารถเขียนได้เป็นอัตราส่วนระหว่างความยาวคลื่นต่อช่วงเวลา 1 คาบ หรือ $v = \lambda/T$ ทำให้เราสามารถเขียนสมการที่ (6-20) ได้ใหม่เป็น

$$\psi(x, t) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (6-21)$$

โดยกำหนดให้ k คือ เลขคลื่น มีค่าเท่ากับ $\frac{2\pi}{\lambda}$ และ ω คือ ความถี่เชิงมุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{2\pi}{T}$ หรือ $2\pi f$ ดังนั้นสมการ (6-21) เขียนได้ใหม่เป็น

$$\psi(x, t) = A \sin[kx \mp \omega t] \quad (6-22)$$

ซึ่งฟังก์ชันที่ใช้บรรยายคลื่นที่กำลังเคลื่อนที่ไปทางด้าน $+x$ ดังกล่าวจะใช้เครื่องหมาย $-$ และในทางกลับกันสำหรับคลื่นที่กำลังเคลื่อนที่ไปทางด้าน $-x$ จะมีเครื่องหมายเป็น $+$ แต่โดยทั่วไปเมื่อ $x = 0$ และ $t = 0$ จะได้ว่าฟังก์ชันไม่เท่ากับ 0 ซึ่งทำให้อาจเขียนได้ว่า $\psi(x, t) = A \sin \phi$ เมื่อ ϕ คือ ค่าคงตัวเฟส ดังนั้นฟังก์ชันที่ใช้บรรยายคลื่นเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\psi(x, t) = A \sin[kx - \omega t + \phi] \quad (6-23)$$

นอกจากนี้เราสามารถหาความเร็วของจุด ๆ หนึ่งบนคลื่นที่สัมพันธ์กับเฟสค่าหนึ่งได้ว่ามีค่าเป็น

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \quad (6-24)$$

โดยเรียกความเร็วนี้ว่า อัตราเร็วเฟส

6.8 หลักความไม่แน่นอน (The uncertainty principle)

เมื่อใดก็ตามที่มีการวัดตำแหน่งหรือความเร็วของอนุภาคที่เวลาใดเวลาหนึ่ง ความไม่แน่นอนในการทดลองจะถูกสร้างขึ้นเพื่อให้อัตราค่าได้ จากกลศาสตร์แบบดั้งเดิมจะไม่มีสิ่งกีดขวางพื้นฐานใดมาขัดกั้นความละเอียดสูงสุดของเครื่องมือหรือขั้นตอนการทดลองได้ ความเป็นไปได้ที่จะวัดค่าใดๆ ด้วยความไม่แน่นอนขนาดน้อยๆ ได้ ทฤษฎีควอนตัมทำนายว่า โดยพื้นฐานแล้ว เป็นไปไม่ได้ที่จะวัดตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคพร้อมกันด้วยความเที่ยงตรงที่ไม่จำกัด ในปี ค.ศ. 1927 แวร์เนอร์ ไฮเซนเบิร์ก (Werner Heisenbert) ได้เสนอแนวคิดนี้ ซึ่งในปัจจุบันรู้จักกันในนาม หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg uncertainty principle)

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

เมื่อ Δx คือ ความไม่แน่นอนของการวัดตำแหน่ง

Δp คือ ความไม่แน่นอนของการวัดโมเมนตัม

\hbar เท่ากับ 1.055×10^{-34} J.s

นั่นคือ ในทางกายภาพจะไม่สามารถวัดค่าที่แน่นอนของตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคได้พร้อมกัน ไฮเซนเบิร์กได้ชี้ให้เห็นว่า ความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากค่าการวัดตำแหน่งและโมเมนตัม ไม่ได้เกิดจากเครื่องมือวัด แต่เกิดจากโครงสร้างทางควอนตัมของสสารนั้น ถ้า p_x, p_y, p_z เป็นส่วนประกอบของโมเมนตัมในทิศทาง x, y, z ตามลำดับจะได้ว่า

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (6-25)$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \quad (6-26)$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2} \quad (6-27)$$

หากต้องการให้กลุ่มคลื่นกลุ่มหนึ่งมีช่วงเวลาแคบ ๆ ทำให้การระบุตำแหน่งของอนุภาคในปริภูมิเป็นไปได้อย่างแม่นยำ ต้องอาศัยฟังก์ชันคลื่นฮาร์มอนิกที่มีความแตกต่างของความถี่จำนวนมากเพื่อที่จะทำให้เกิดการหักล้างกันของคลื่นในทุกช่วงเวลา ยกเว้นในช่วง Δt

เนื่องจาก

$$E = hf$$

ดังนั้น

$$\Delta E = h\Delta f$$

หรือ

$$\Delta E = \hbar\Delta\omega$$

โดยพิจารณาการรวมกันของคลื่นเพียงสองขบวนจะมีผลทำให้ผลคูณระหว่าง $\Delta\omega$ และ Δt เขียนได้เป็น $\Delta\omega\Delta t \approx 1$ ทำให้สามารถเขียนหลักความไม่แน่นอนในการบอกพลังงานและช่วงเวลาในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (6-28)$$

เมื่อ ΔE คือ ความไม่แน่นอนของการวัดพลังงาน

Δt คือ ความไม่แน่นอนของการวัดเวลา

โดยหลักความไม่แน่นอนนี้บอกว่าการอนุรักษ์พลังงานอาจถูกหักล้างด้วยค่า ΔE ตราบเท่าที่ใช้เวลาสั้น ๆ Δt สามารถใช้แนวคิดนี้ในการประมาณค่าพลังงานหยุดนิ่งของอนุภาค

ตัวอย่างที่ 6.9 ถ้าค่าคงตัวของพลังค์เป็น $660 \text{ J}\cdot\text{s}$ แทนที่จะเป็น $6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ความยาวคลื่นเดอบรอยของนักฟุตบอลมวล 100 kg วิ่งเร็ว 5 m/s ควรมีขนาดเท่าไร ตำแหน่งของเขามีความไม่แน่นอนอย่างน้อยที่สุดเท่าไรตามสายตาของผู้เล่นฝ่ายตรงกันข้าม

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ ความยาวของคลื่นเดอบรอย} \quad \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{660 \text{ J}\cdot\text{s}}{(100 \text{ kg})(5 \text{ m/s})} \\ &= 1.32 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ความไม่แน่นอนของตำแหน่ง} \quad (\Delta p)(\Delta x) &= \frac{h}{4\pi} \\ \Delta x &= \frac{h}{(4\pi)(\Delta p_x)} \\ &= \frac{660 \text{ J}\cdot\text{s}}{(4\pi)(100 \text{ kg})(5 \text{ m/s})} \\ &= 0.105 \text{ m} \end{aligned}$$

คำตอบ ความยาวคลื่นเดอบรอย 1.32 เมตร และความไม่แน่นอนของตำแหน่ง 0.105 เมตร

ตัวอย่างที่ 6.10 อะตอมซึ่งอยู่ในสถานะกระตุ้น ปล่อยพลังงานออกมาในรูปของโฟตอน และกลับคืนสู่สถานะปรกติในเวลาประมาณ 10^{-8} s จงหาความไม่แน่นอนในการวัดพลังงานของสถานะกระตุ้น

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ จาก} \quad \Delta E \Delta t &\geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta E &\geq \frac{\hbar}{2\Delta t} \\ &= \frac{h}{4\pi\Delta t} \\ &= \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{4\pi(10^{-8} \text{ s})} \\ &= 0.5025 \times 10^{-26} \text{ J} \end{aligned}$$

คำตอบ ความไม่แน่นอนในการวัดพลังงานเท่ากับ 0.5025×10^{-26} จูล

6.9 สมการคลื่นของชโรดิงเจอร์ (Schrodinger wave equation)

เนื่องจากคลื่นที่พิจารณาในบทนี้เป็นคลื่นของอนุภาคที่เรียกว่า คลื่นสสาร เกิดจากแนวคิดของเดอบรอย เกี่ยวกับสสารที่ประพฤติตัวเป็นคลื่นได้ ซึ่งคลื่นดังกล่าวต้องอาศัยแนวคิดเฉพาะทางที่เรียกว่า กลศาสตร์ควอนตัม มาใช้ในการศึกษาและวิเคราะห์ โดยหนึ่งในผู้วางรากฐานแนวคิดนี้คือ เออวิน ชโรดิงเจอร์ (Erwin Schrödinger) ค.ศ. 1926 และเราเรียกสมการคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของคลื่น (หรือ อนุภาค) นี้ว่า สมการชโรดิงเจอร์

เริ่มต้นพิจารณาคำที่เขียนแทนด้วยสมการคณิตศาสตร์ง่าย ๆ

$$\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t\right) \quad (6-29)$$

โดยที่ A คือ แอมพลิจูดของคลื่น

โดยอาศัยแนวคิดของเดอบรอย เราจะได้

$$E = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f = \hbar\omega \quad (6-30)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi h}{2\pi p} = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (6-31)$$

แทนสมการ (6.30) และ (6.29) ในสมการ (6.28) จะได้

$$\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{1}{\hbar}(px - Et)\right) \quad (6-32)$$

หาอนุพันธ์ของสมการ (6.31) เทียบกับ x

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{p}{\hbar} A \cos\left(\frac{1}{\hbar}(px - Et)\right) \quad (6-33)$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi \quad (6-34)$$

ในกรณีที่อนุภาคมีความเร็วต่ำ ๆ เทียบกับ c กฎทรงพลังงานเขียนได้เป็น

$$\text{พลังงานจลน์} + \text{พลังงานศักย์} = \text{พลังงานทั้งหมด}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + V(x, t) = E \quad (6-34)$$

เมื่อ E คือพลังงานทั้งหมดของอนุภาคที่มีมวล m เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v โดยมีพลังงานศักย์ $V(x, t)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง x และเวลา t สมการ (6-35) สามารถเขียนในรูปของโมเมนตัม p ได้ดังนี้

$$\frac{p^2}{2m} + V(x, t) = E \quad (6-35)$$

คูณทั้งสองข้างของสมการ $\psi(x, t)$ จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + V\psi(x) = E\psi(x) \quad (6-36)$$

ในกรณีที่เป็นอนุภาคที่ไม่ถูกจำกัดการเคลื่อนที่หรืออนุภาคอิสระ พลังงานศักย์จะมีค่าเป็นศูนย์ สมการชโรดิงเจอร์จะเขียนได้เป็น

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = E\psi(x) \quad (6-37)$$

หรือเขียนได้เป็น

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi(x) = 0 \quad (6-38)$$

เนื่องจากในกรณีที่กำลังพิจารณาขณะนี้ เป็นกรณีของอนุภาคอิสระ พลังงานทั้งหมดก็คือพลังงานจลน์ ดังนั้น

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (6-39)$$

เมื่อ $p = \hbar k$ แทนลงในสมการ (6.39)

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (6-40)$$

สมการ (6-40) แสดงให้เห็นว่า พลังงานของอนุภาคอิสระมีโอกาสเป็นไปได้ทุกค่า ทำให้ได้ใหม่

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + k^2 \psi(x) = 0 \quad (6-41)$$

เมื่อ $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ คำตอบของสมการ (6.41) จะเขียนได้เป็น

$$\psi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx) \quad (6-42)$$

6.10 บทสรุป

ลักษณะเฉพาะของการแผ่รังสีของวัตถุดำ ไม่สามารถอธิบายด้วยแนวคิดแบบดั้งเดิม พลังค์ได้แนะนำแนวคิดทางควอนตัมและค่าคงตัวของพลังค์ h เมื่อสมมติว่าอะตอมที่เกิดการสั่น เมื่ออยู่ในระดับพลังงานที่ไม่ต่อเนื่องมีส่วนต่อการแผ่รังสีนี้ในแบบจำลองของพลังค์ การแผ่รังสีที่เปล่งออกมา จะมีลักษณะเป็นควอนไทซ์ เมื่อใดก็ตามที่มีการสั่นจะทำให้เกิดการเปลี่ยนระดับพลังงาน โอน์สไตน์ประสบความสำเร็จในการต่อยอดสมมติฐานเชิงควอนตัมของพลังค์ เพื่ออธิบายคลื่นนิ่งของการแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในโพรงที่ใช้แบบจำลองการแผ่รังสีของวัตถุดำ ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก คือกระบวนการที่อิเล็กตรอนหลุดออกจากผิวโลหะเมื่อมีแสงตกกระทบบนผิวโลหะนั้น ในแบบจำลองของโอน์สไตน์ แสงถูกมองว่าเป็นกระแสของอนุภาค หรือเรียกว่า โฟตอน ซึ่งแต่ละตัวมีพลังงานเท่ากับ hf โดยค่าพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาคือค่าพลังงาน hf ลบด้วยค่าฟังก์ชันงานของโลหะ แสงมีธรรมชาติความเป็นคู่ คือ มีลักษณะพิเศษเป็นได้ทั้งคลื่นและอนุภาค โดยการรวมคลื่นจำนวนมากเข้าด้วยกันจะเกิดบริเวณหนึ่งมีการแทรกสอดแบบเสริมกัน และมีอัตราเร็วเฟสเป็นอัตราเร็วแบบกลุ่ม รังสีเอ็กซ์กระเจิงออกมาเป็นมุมต่างๆ โดยอิเล็กตรอนที่อยู่ในเป้าในเหตุการณ์การกระเจิงนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงความยาวคลื่นของรังสีเอ็กซ์ที่กระเจิง ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ปรากฏการณ์คอมป์ตัน ถ้าให้รังสีเอ็กซ์ประพุดตัวเป็นโฟตอน และใช้การอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัมเชิงเส้นเข้าไปอธิบายการชนกันระหว่างโฟตอนกับอิเล็กตรอน จะได้ การเปลี่ยนความยาวคลื่นคอมป์ตัน ซึ่งวัตถุทั้งหลายที่มีมวลและโมเมนตัม จะมีสมบัติความเป็นคลื่นด้วยและมีความยาวคลื่นที่เรียกว่า คลื่นของเดอ บรอย สำหรับหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนแบร์ก กล่าวว่า ถ้าวัดตำแหน่งของอนุภาคที่มีความไม่แน่นอนและขณะเดียวกันก็วัด โมเมนตัมเชิงเส้นที่มีความไม่แน่นอนด้วย

แบบฝึกหัด

1. ดวงอาทิตย์มีอุณหภูมิผิว 5800 เคลวิน ถ้ากำหนดให้ดวงอาทิตย์นั้นเป็นวัตถุดำจงคำนวณหา กำลังการแผ่รังสีความร้อนของดวงอาทิตย์ [คำตอบ 6.146×10^7 เวบบอร์ต่อตารางเมตร]
2. สมมติว่าวัตถุดำที่ 1500 เคลวิน มีความเข้มของการแผ่รังสีที่ความยาวคลื่นประมาณ 2 ไมโครเมตร ถามว่าวัตถุจะต้องมีอุณหภูมิเท่าไรจึงจะมีความเข้มของการแผ่รังสีมากที่สุดที่ความยาวคลื่น 550 นาโนเมตร [คำตอบ 5454.55 เคลวิน]
3. จงหาความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานจลน์ 100 อิเล็กตรอนโวลต์ [คำตอบ 1.23 อังสตรอม]
4. จงหาอัตราเร็วของอิเล็กตรอนซึ่งมีความยาวคลื่นอนุภาคเท่ากับ 0.1 นาโนเมตร และจงหา ความต่างศักย์ที่ใช้เร่งอิเล็กตรอนนี้ด้วย [คำตอบ 7.33×10^6 เมตรต่อวินาที และ 151.1 โวลต์]
5. แสงที่มีความยาวคลื่น 124 นาโนเมตร จะสามารถทำให้เกิดโฟตอนมีความยาวเดอบรอยเท่าไร ฉายแสงตกกระทบโลหะชนิดหนึ่งซึ่งมีฟังก์ชันงาน 8 อิเล็กตรอนโวลต์ [คำตอบ 0.9 นาโนเมตร]
6. ถ้าอนุภาคหนึ่งมีมวล 0.05 กรัม กำลังวิ่งไปตามแกน x ด้วยความเร็วประมาณ 20.5 เมตร/วินาที ถึง 20.7 เมตร/วินาที จงหาความไม่แน่นอนของแกน x [คำตอบ 1.05×10^{-29} เมตร]
7. อนุภาคมวล m โคจรเป็นวงรัศมี r ความไม่แน่นอนของความเร็วของอนุภาคนี้น้อยที่สุดเท่ากับเท่าไร [คำตอบ $\frac{h}{2\pi mr}$]
8. แสงมีความยาวคลื่น 2000 Å ฉายตกกระทบบนผิวของโลหะอะลูมิเนียม สำหรับอะลูมิเนียม จะต้องใช้พลังงานถึง 4.2 อิเล็กตรอน โวลต์ จึงจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกไปได้
 - (ก) จงคำนวณพลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนตัวที่เร็วที่สุดที่หลุดออกไปได้ [คำตอบ 2 อิเล็กตรอน โวลต์]
 - (ข) จงหาค่าความต่างศักย์หยุดยั้ง [คำตอบ 2 โวลต์]

เอกสารอ้างอิง

- ก่องกัญจน์ ภัทรากาญจน์ และชนกกาญจน์ ภัทรากาญจน์. (2554). ฟิสิกส์ 2 ตัวอย่างและโจทย์ พร้อม
คำเฉลย. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เชิญโชค ศรขวัญ และคณะ. (2546). ฟิสิกส์ทั่วไป 2 General Physics II 2nd ed. กรุงเทพมหานคร :
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล. การแผ่รังสีที่ความยาวคลื่นต่าง ๆ. สืบค้น 5 มีนาคม 2563 จาก
<http://www.rmutphysics.com/charud/virtualexperiment/virtual3/blackbody>
- ปิยพงษ์ สิทธิคง. (2553). ฟิสิกส์ระดับอุดมศึกษา เล่ม 3. กรุงเทพมหานคร: วิรัตน์ เอ็ดดุกะซัน จำกัด
- ประธาน บุณศิริ และคณะ. (2559). ฟิสิกส์ 2. กรุงเทพมหานคร: เอ สแควร์ อี จำกัด.
- ชิตี บวรรัตนรักษ์ และนคร ไพศาลกิตติสกุล. (2559). กลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิฑูร ชื่นวชิรศิริ และวีระชัย สิริพันธ์วรารณ. (2550). ฟิสิกส์เบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร:
มหาวิทยาลัยมหิดล.
- อนุกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย. (2543). ฟิสิกส์ เล่ม 2.
กรุงเทพมหานคร: สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์.
- David J. Griffiths. (2005). Introduction to quantum mechanics. NJ: Pearson prentice hall.
- Crummett P. & Bwestern. (1994). University Physics. USA : Wm. C. Brown.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2005). Fundamentals Physics. (7th ed.). USA: John Wiley
and Sons.
- Serway, R.A., Moses, C.J., & Moyer, C.A. (2005). Modern Physics 3rd ed. California:
Brooks/Cole-Thomson Learning.
- Serway, R. A., and Jewett, J. W. (2014). Physics for Scientists and Engineers with Modern
Physics 9th ed. Belmont: Brooks/Cole-Thomson Learning.
- Serway, R.A., Vuille, C., and Hughes, J. (2015). College Physics 10th ed. Stamford: Cengage
Learning.
- Thornton, T.S., and Rex, A. (2013). Modern Physics for Scientists and Engineers 4th ed.
Boston: Brooks/Cole- Cengage Learning.
- Young, H.D., and Freedman, R.A. (2016). Sear's & Zemansky's University Physics with
Modern Physics 14th ed. Essex: Pearson Education Limited.